Eléments d'économie Industrielle

1 Introduction

L'économie industrielle est la branche de la micoéconomie dont l'objet est la modélisation des comportements stratégiques des firmes. Elle traite ainsi des phénomènes comme la collusion, les fusions stratégiques, les stratégies industrielles... Elle s'appuie de manière explicite sur une branche des mathématiques appliquées : la théorie des jeux.

1.1 zeste de théorie des jeux

On peut représenter un "jeu" (ici à deux joueurs) de la manière suivante. Chacun des joueurs, $i = 1$ ou 2, doit choisir une action x_i (on dit une stratégie) dans un ensemble donné X_i. Le résultat du jeu est alors résumé par la donnée de deux fonctions réelles à deux variables : $u_i(x_1, x_2),$. qui représente les "gains" monétaires ou non, de chaque joueur. Ces fonctions peuvent être très générales. En particulier on ne se restreint pas nécessairement au cas du conflit pur où $u_1 + u_2 = 0$.

La théorie des jeux a pour objet de "pévoir" ou de "conseiller". Quelles stratégies vont être jouées, et pourquoi?

- Equilibre de Nash

  La première idée consiste à formaliser l'idée que chaque joueur "se fait une idée de ce que joue l'autre" pour décider de son action. On est à l'équilibre lorsque ces idées sont compatibles.

  On définit ainsi les meilleures réponses comme :

  $$x_1 \in MR_1(x_2) \iff \forall x \in X_1, u_1(x_1, x_2) \geq u_1(x, x_2)$$
  $$x_2 \in MR_2(x_1) \iff \forall x \in X_2, u_2(x_1, x_2) \geq u_1(x_1, x)$$

  Par exemple, si les fonctions u sont concaves, les espaces de stratégies sont des intervalles et si les maximums sont atteints dans l'intérieur, on écrit les conditions du premier ordre (conditions nécessaires pour que (x_1^*, x_2^*) soit un équilibre de Nash):

  $$\frac{\partial u_1}{\partial x_1}(x_1^*, x_2^*) = 0$$
  $$\frac{\partial u_2}{\partial x_2}(x_1^*, x_2^*) = 0$$

- Equilbre de Stackelberg

  Dans ce type de configuration, on suppose que l'un des joueurs joue en premier (et annonce sa stratégie), l'autre joueur prend cette stratégie comme donnée et ajuste la sienne en conséquence. L'idée consiste alors à remarquer que le joueur 1 peut prévoir ce que va faire le joueur 2 pour chacune de ses propres actions. Il lui suffit alors d'optimiser sa propre stratégie.

  $$\text{trouver } x_1 \text{ qui maximise } u_1(x_1, MR_2(x_1))$$

  La condition du premier ordre s'écrit :

  $$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\frac{d(MR_2)}{dx_1} = 0$$

  On voit évidemment que la stratégie retenue par le joueur 1 n'est pas une meilleure réponse à la stratégie de 2. Elle donne cependant un paiement plus grand que celle d'équilibre de Nash puisque l'on a :

  $$u_1(x_1^*, MR_2(x_1^*)) \leq \max u_1(x_1, MR_2(x_1))$$

  L'équilibre de Stackelberg est tenable si la stratégie de 1 peut être rendue irréversible (fait accompli). (Sinon 1 serait "tenté" de changer et d'adopter une meilleure réponse à 2, ce que 2 lui même pourrait anticiper...et ainsi de suite jusqu'à l'équilibre de Nash!).

- Si on interprête u_i comme des paiements monétaires, il est interessant de remarquer qu'aucun des deux équilibres précédents ne maximise le bénéfice total. En effet, une condition nécessaire de maximisation du bénéfice total est donnée par :

  $$\frac{\partial u_1}{\partial x_1}(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2) + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2) = 0$$
  $$\frac{\partial u_1}{\partial x_2}(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2) + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2) = 0$$

2 Prolifération stratégique

Considérons le modèle de duopole par les quantités. Prenons le cas très simple dans lequel les deux firmes, qui produisent à coût marginal constant, c, font face à une demande (inverse) :

$$p = 1 - q$$

Supposons que l'entreprise 1 soit leader (elle décide en premier la quantité offerte). Si elle fixe sa production à un niveau q_1, l'entreprise 2 va ajuster la sienne de manière à maximiser son profit :

$$\max_y (1 - q_1 - y - c)y$$

Sa quantité $q_2 = MR_2(q_1)$ est : $q_2 = \frac{1-q_1-c}{2}$

Anticipant cela, 1 choisit la quantité qu'il met sur le marché de manière à maximiser :

$$\max(1 - x - \frac{1-x-c}{2} - c)x$$

Ce qui donne :

$$q_1 = \frac{1-c}{2}$$
$$\text{et donc } q_2 = \frac{1-c}{4}$$

Alors qu'à l'équilibre de Nash on avait :

$$q_1 = q_2 = \frac{1-c}{3}$$

On dit que la fime 1 "prolifère" stratégiquement pour limiter la production de 2. La production de 1 est supérieure à ce qu'elle serait si elle était une meilleure réponse à la quantité mise sur le marché par 2. Ce point est essentiel : en produisant de la sorte, 1 contraint 2 à une petite production.

3 Différenciation

Considérons une plage linéaire représentée par le segment [0,1]. Chaque estivant est situé à une "adresse" x sur cette plage. Il fait si chaud que chacun d'eux est prêt à payer assez cher pour acheter une glace. Si un marchand de glace, situé à l'adresse a, propose la glace au prix p, l'estivant assoiffé subira un "coût" égal $p + (x-a)^2$ pour aller chercher sa glace. Ce coût est composé d'un coût monétaire et d'un coût psychologique du à l'éluignement et proportionnel au carré de la distance.

S'il y a deux marchands de glace, l'un en a et l'autre en b, $a \leq b$, proposant des gaces aux prix p_a et p_b , l'estivant en x choisira le marchand qui minimise le coût.

$$\begin{aligned} x \text{ va en } a \text{ si } &: p_a + (x-a)^2 < p_b + (x-b)^2 \\ x \text{ va en } b \text{ si } &: p_b + (x-b)^2 < p_a + (x-a)^2 \\ & x \text{ tire au sort si égalité} \end{aligned}$$

En supposant que les vacanciers sont répartis uniformément sur le plage, les parts de marché qui en résultent sont :

$$\begin{aligned} \text{clients de } a &: \left[0, \frac{a+b}{2} + \frac{p_b - p_a}{2(b-a)}\right] \\ \text{clients de } b &: \left[\frac{a+b}{2} + \frac{p_b - p_a}{2(b-a)}, 1\right] \end{aligned}$$

Ce qui conduit aux demandes :

$$\begin{aligned} D_a &= \frac{a+b}{2} + \frac{p_b - p_a}{2(b-a)} \\ D_b &: \frac{1-a+1-b}{2} + \frac{p_a - p_b}{2(b-a)} \end{aligned}$$

On voit que lorque les vendeurs sont faiblement différenciés, (a proche de b), les parts de marché (la demande) devient très sensible au prix.

Considérons le scénario suivant : dans une première étape, les deux firmes choisissent leur emplacement. Dans une seconde étape, elles chosissent leur prix.

Nous allons résoudre ce jeu de la manière suivante : à position fixées, à quel équilibre en prix aboutit-on? Anticipant cet équilibre, quel est alors le scénario conduisant au choix des positions. Intuitivement, cette manière de faire correspond au raisonnement suivant : lorsque les magasins sont proches l'un de l'autre, la concurrence sera sévère et poussera chacun d'eux à la baisse des prix. En s'éloignant les magasins relachent la concurrence, mais s'éloignent aussi du coeur du marché. On peut se demander quel est le bilan de ces deux effets : une stratégie de niche permet d'éviter la concurrence mais diminue le marché potentiel!

Calculons à a et b fixés les meilleures réponses en prix :

$$\begin{aligned} p_a \text{ maximise } &: \left(\frac{a+b}{2} + \frac{p_b - p_a}{2(b-a)}\right) p_a \\ \text{c'est à dire } &: MR_a(p_b) = \frac{b^2 - a^2 + p_b}{2} \end{aligned}$$

De la même manière on a :

$$\text{c'est à dire : } MR_b(p_a) = \frac{(1-a)^2 - (1-b)^2 + p_a}{2}$$

L'équilibre en prix (p_a^*, p_b^*) est solution du système $p_a = MR_a(p_b)$ et $p_b = MR_b(p_a)$

On trouve

$$p_a^* = (b-a)\frac{(b+a)+2}{3}$$
$$p_b^* = (b-a)\frac{4-(b+a)}{3}$$

La part de marché de a est alors à l'équilibre :

$$\frac{a+b}{2} + \frac{p_b^* - p_a^*}{2(b-a)} = \frac{2+b+a}{6}$$

Celle de b :

$$\frac{4-b-a}{6}$$

Les profits sont :

$$\Pi_a(a,b) = \left(\frac{a+b}{2} + \frac{p_b^* - p_a^*}{2(b-a)}\right) p_a^* = \frac{(2+b+a)^2}{18}(b-a)$$
$$\Pi_b(a,b) = \frac{(4-(a+b))^2}{18}(b-a)$$

Le raisonnement se poursuit alors en cherchant l'équilibre de Nash en considérant cette fois-ci les startégies de position. On a alors un jeu dont les paiements sont simplement les profits calculés c–dessus.

La meilleure réponse de a à b est définie par

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial a} = 0$$

C'est-à-dire :

$$a = \frac{b-2}{3}$$

De la même manière :

$$b = \frac{4+a}{3}$$

On trouve alors :

$$a = -1/4$$
$$b = 5/4$$

Les deux entreprises s'éloignent significativement du centre du marché!