

# Modélisation du comportement individuel

## 1 Préférence

Nous supposons ici que chaque consommateur est capable de comparer deux "paniers de consommations" quelconques du point de vue de ses goûts. Un panier est simplement un "programme de consommation", c'est à dire un vecteur qui spécifie la quantité de chaque bien consommé. Une relation de préférence est donc une relation qui opère dans  $\mathbb{R}^L$ .

**Definition 1** Une relation de préférence est une relation dans  $\mathbb{R}^L$  notée  $\succeq$ . On note  $x \succeq y$  si l'individu préfère le vecteur  $x$  au vecteur  $y$ .

Cette relation est donc :

- (i) réflexive :  $\forall v, v \succeq v$
- (ii) transitive :  $\forall v_1, v_2, v_3, v_1 \succeq v_2$  et  $v_2 \succeq v_3 \Rightarrow v_1 \succeq v_3$
- (iii) totale :  $\forall v_1, v_2, v_1 \succeq v_2$  ou  $v_2 \succeq v_1$

Les deux hypothèses importantes sont la totalité et la transitivité. La totalité suppose que le consommateur est parfaitement informé des caractéristiques des biens et est capable de comparer (du point de vue de ses goûts) tous les paniers possibles. La transitivité est une hypothèse de rationalité : le consommateur a de la suite dans les idées.

Toute la microéconomie peut être écrite en utilisant les relations de préférence des consommateurs. On peut cependant largement simplifier les exposés en utilisant des représentations fonctionnelles de ces préférences.

### 1.1 Fonction d'utilité

**Definition 2** On dit que la fonction  $u$  de  $\mathbb{R}^L$  dans  $\mathbb{R}$  représente la préférence  $\succeq$  si  $\forall x, y, x \succeq y \iff u(x) \geq u(y)$

Il existe un résultat mathématique très puissant (mais assez naturel) qui montre que (sous réserve d'une hypothèse de continuité), on peut toujours représenter une relation de préférence quelconque par une fonction appelée "fonction d'utilité" associée à la préférence.

*Remarque : Il n'y a pas unicité de la représentation. Si  $u$  représente la préférence alors pour n'imprte quelle fonction réelle  $g$  strictement croissante,  $g \circ u$  représente aussi la même préférence.*

*Hypothèse : La fonction d'utilité est supposée croissante pour chacun de ses arguments. Ceci correspond au*

*fait que l'on suppose que la satisfaction augmente quand la quantité consommée augmente.*

### 1.2 Courbe d'indifférence et substitution

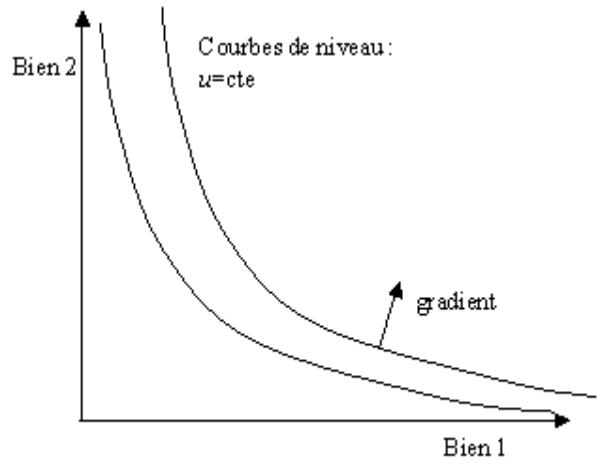
Une courbe de niveau de la fonction d'utilité relie tous les paniers qui donnent au consommateur le même niveau de satisfaction.

**Definition 3** On appelle courbe d'indifférence (surface d'indifférence) l'ensemble des paniers de consommation donnant le même niveau de satisfaction à l'individu.

$$Indiff(\bar{x}) \equiv \{x \in \mathbb{R}^L, u(x) = u(\bar{x})\}$$

Les courbes d'indifférence sont orthogonales au gradient de la fonction d'utilité au point considéré puisque ce sont les courbes de niveau de cette fonction.

$$du = \nabla u \bullet dx \text{ et } u = \text{cte} \implies \nabla u \bullet dx = 0$$



### Courbes de niveau

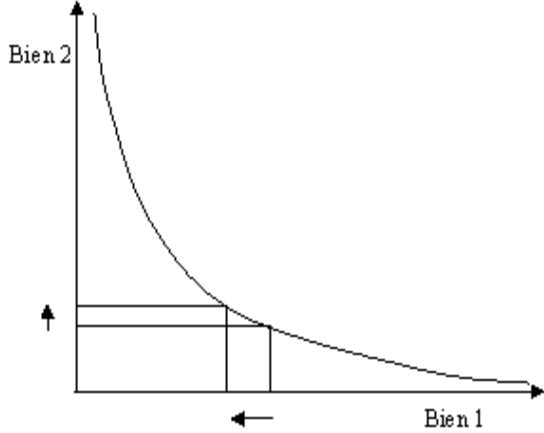
Une question que l'on peut se poser est "le taux de troc psychologique" entre deux biens : combien l'individu est prêt à abandonner d'un bien pour avoir une unité de plus d'un autre. Lorsqu'on se déplace sur la courbe d'indifférence, on substitue un bien à l'autre, tout en maintenant constant le niveau d'utilité.

$$du = \frac{\partial u}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} dx_2 = 0 \implies \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}$$

Ce taux de troc psychologique est une donnée personnelle qui dépend des goûts. Il existe des méthodes

d'enquête (utilisées en marketing) dont l'objectif est de mesurer ces taux psychologiques. De la même manière, l'observation de certains comportements permet d'inférer ces taux de troc (ou prix relatifs) psychologiques.

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\alpha u}{x_1}}{\frac{\beta u}{x_2}} = \frac{\alpha}{\beta} \frac{x_2}{x_1}$$



Substitution du bien 2 au bien 1

*Remarque : ce taux de troc psychologique ne dépend pas de la représentation choisie.*

### 1.3 Convexité

On fait souvent l'hypothèse que les préférences sont convexes. Cela correspond à l'idée que l'on préfère toujours le mélange et la variété à l'unicité ou l'uniformité.

**Definition 4** Les préférences sont convexes lorsque  $Asgood(\bar{x}) \equiv \{x \in \mathbb{R}^L, u(x) \geq u(\bar{x})\}$  sont des ensembles convexes.

Sur les graphiques ci-dessus les préférences sont convexes puisque l'ensemble au "Nord-Est" de la courbe d'indifférence est convexe.

### 1.4 Exemples

Fonction d'utilité additive :

$$u(x) = u_1(x_1) + u_2(x_2) + \dots + u_L(x_L)$$

Fonction d'utilité de Cobb-Douglas

$$u(x) = x_1^\alpha x_2^\beta$$

Pour une fonction d'utilité de Cobb-Douglas, le taux de troc (ou taux marginal de substitution) est égal à: