

Risque moral et schéma de rémunération

On cherche dans cet exercice à établir la formule de rémunération avec intéressement « optimale ». La relation d'agence est la suivante. Le principal (actionnaire, propriétaire) cherche à inciter l'agent (manager, opérationnel) à orienter ses efforts de manière optimale. Les hypothèses sont les suivantes :

- L'effort de l'agent est repéré par une variable réelle notée e qui varie entre 0 et 1.
Pour l'agent l'effort est coûteux : $\Psi(e) = \frac{1}{2}e^2$
- Si l'agent déploie l'effort e , le résultat (profit de l'entreprise) sera égal à $\pi = e + \varepsilon$, où ε est une variable aléatoire normale centrée de variance σ^2 .
- Un **schéma de rémunération** est composé d'une partie fixe s et d'une partie variable λ , de sorte que la rémunération de l'agent s'écrit $w = s + \lambda\pi$. Le profit du principal (dividende) s'écrira alors : $d = (1 - \lambda)\pi - s$.
- On suppose que l'agent peut se garantir (à l'extérieur) une rémunération égale à s_0 (non aléatoire) $s_0 < 1/2$.

Dans la réalité on rencontre différents types de schéma de rémunération :

- $\lambda = 1, s < 0$: correspond à ce que l'on appelle le **fermage**, l'agent achète l'entreprise au principal.
- $\lambda = 1/2, s = 0$: correspond au **métayage** : les parties se partagent le risque.
- $\lambda = 0, s > 0$: correspond au **salarial**.

1. On suppose dans cette question uniquement que l'agent est propriétaire de l'entreprise. Quel est le niveau d'effort optimal ? Montrer que le profit suit alors une loi normale dont on précisera les moments.

2. On suppose dans cette question uniquement que le principal est riscophobe et que l'agent est neutre au risque. Montrer sans calcul que le schéma de rémunération optimal est le fermage avec $s = s_0 - 1/2 < 0$. Que vaut l'effort ? Quelle loi normale suit le profit total ?

On suppose maintenant que l'agent est riscophobe : l'utilité qu'il retire d'un revenu aléatoire x s'écrit $E(u(x))$ où u est une fonction concave et E représente l'opérateur « espérance ». On prendra $u(t) = -\exp(-\rho t)$ où ρ représente l'indice absolu d'aversion au risque. Le principal est neutre au risque. Par ailleurs le jeu se déroule de la manière suivante : le principal propose un schéma de rémunération. L'agent accepte ou refuse. Enfin l'aléa se réalise et les contrats sont exécutés.

3. On suppose d'abord que e est observable. De sorte que la rémunération de l'agent peut dépendre de e . Montrer que le principal propose la rémunération suivante : pas de participation au profit $\lambda = 0$, si l'effort est différent de 1 alors $s < s_0$, si l'effort est égal à 1 alors $s = s_0$. Quelle est l'effort d'équilibre ? Comment se répartit le profit ?

L'effort n'est plus observable.

(On rappelle que si x suit une loi normale m, σ^2 , alors $E(-\exp(-\rho x)) = -\exp(-\rho(m - 1/2\rho\sigma^2))$)

4. Soit (λ, s) le contrat proposé par le principal. Si l'agent accepte, quel est l'effort de l'agent induit par ce contrat ?

5. A quelle condition accepte-t-il ? (Contrainte de participation).
6. Ecrire le programme d'optimisation du principal.
7. Quel est le contrat proposé par le principal ?
8. Discuter en fonction de ρ et de σ^2 l'arbitrage entre incitation et assurance.