

Problème 1 : Economie Publique, faut-il subventionner les prix des services publics? (10 points)

Le but de ce problème est d'apporter un éclairage à la question suivante : la redistribution par l'intermédiaire d'une taxation du revenu suffit-elle? faut-il introduire des schémas de subvention à la consommation de certains biens qui peuvent être considérés comme indispensables?

L'économie considérée comprend trois biens : le travail (noté $[L]$) et deux biens de consommation. L'un des deux biens est noté $[m]$ est le numéraire, l'autre (noté $[x]$) est un bien de consommation considéré comme un service public (un bien "essentiel").

La fonction d'utilité, commune à tous les consommateurs, s'écrit : $U(m, x, L) \equiv u(m, x) - v(L)$, où u est une fonction quasi-concave croissante par rapport à ses deux arguments et v une fonction convexe croissante. On prendra dans les applications : $u(m, x) = \ln(m) + \ln(x)$ et $v(L) = L^2$.

Les consommateurs se différencient en fait par leur productivité marginale du travail w . Il y a deux types de consommateurs (en nombre égal) : les consommateurs de type i ont une productivité égale à w_i , on prendra $w_1 < w_2$. Il n'ont pas d'autre source de revenu que leur travail. On notera alors $V(m, x, R, w) = u(m, x) - v\left(\frac{R}{w}\right)$, l'utilité atteinte par un individu de type w lorsqu'il consomme m et x et qu'il travaille de manière à obtenir un revenu brut R .

Le bien $[x]$ est produit indifféremment par le secteur concurrentiel ou par une entreprise publique à un coût égal au coût marginal c .

La fonction Objectif de l'Etat se résume à la somme pondérée des utilités atteintes par les deux types d'individus : $W = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2$, avec $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$

A. Premier rang.

On suppose ici que l'information est complète. On pose alors m_i, x_i, R_i , l'allocation de premier rang.

1. Montrer que cette allocation est solution du problème de maximisation suivant :

$$\begin{cases} \max(\alpha_1 V(m_1, x_1, R_1, w_1) + \alpha_2 V(m_2, x_2, R_2, w_2)) \\ m_1 + m_2 + c(x_1 + x_2) \leq R_1 + R_2 \end{cases}$$

2. Exprimer les conditions du premier ordre du programme précédent. (On notera λ le multiplicateur de la contrainte).

3. Calculer l'allocation du premier rang avec les fonctions spécifiées plus haut. On posera

$$\delta = \sqrt{\frac{w_1^2}{\alpha_1} + \frac{w_2^2}{\alpha_2}}$$

4. Montrer que cette allocation peut être obtenue de manière décentralisée en utilisant un instrument de taxation forfaitaire Chaque consommateur étant alors confronté au programme:

$$\begin{cases} \max V(m_i, x_i, R_i, w_i) \\ m_i + cx_i \leq R_i - T_i \end{cases}$$

Avec $T_1 + T_2 = 0$

Calculer T_i .

5. A quelle condition T_1 est-il négatif. Cela vous semble-t-il « normal »?

Dans toute la suite, on supposera que cette condition est vérifiée.

B. Second rang

On suppose maintenant que l'Etat ne peut observer le type de l'individu. Il envisage un instrument mixte de redistribution : un système de taxation / allocation par l'intermédiaire du revenu combiné une subvention / taxation sur la consommation du bien $[x]$. Un tel régime se résume à une formule générale de taxation donnant le montant de l'impôt (éventuellement négatif) en fonction du revenu et du niveau de consommation du bien $[x]$: $T = \tau(R, x)$.

Soit alors, $\tau(.,.)$ étant donné, les revenus, consommation et montant d'impôt des deux types d'individus :

$$\begin{cases} x_i^{(\tau)}, R_i^{(\tau)} \equiv \arg \max (V(R - \tau(R, x) - cx, x, R, w_i)) \\ T_i^{(\tau)} \equiv \tau(R_i^{(\tau)}, x_i^{(\tau)}) \end{cases}$$

1. Ecrire les conditions du premier ordre caractérisant $x_i^{(\tau)}, R_i^{(\tau)}$.

2. Montrer que l'on a pour i, j dans $\{1, 2\}$:

$$V(R_i^{(\tau)} - T_i^{(\tau)} - cx_i^{(\tau)}, x_i^{(\tau)}, R_i^{(\tau)}, w_i) \geq V(R_j^{(\tau)} - T_j^{(\tau)} - cx_j^{(\tau)}, x_j^{(\tau)}, R_j^{(\tau)}, w_i)$$

3. En déduire que le programme d'optimisation de l'Etat, pour déterminer τ , se résume à :

$$\begin{cases} \max(\alpha_1 V(R_1 - T_1 - cx_1, x_1, R_1, w_1) + \alpha_2 V(R_2 - T_2 - cx_2, x_2, R_2, w_2)) \\ T_1 + T_2 \geq 0 \\ V(R_i - T_i - cx_i, x_i, R_i, w_i) \geq V(R_j - T_j - cx_j, x_j, R_j, w_i) \quad (\text{IC}(ij)) \end{cases}$$

4. On supposera dans la suite que seule la contrainte (IC(21)) est d'intérêt. Justifiez cette hypothèse..

5. Ecrire les conditions du premier ordre du programme d'optimisation. (on notera λ le multiplicateur de la contrainte de budget et β le multiplicateur de la contrainte incitative).

6. En déduire que $\tau(.,.)$ ne dépend pas en fait de x . Commenter.