**Examen de microéconomie, Magistère 2^o année et maîtrise d'économétrie
décembre 1998
Spécial Canada
2h avec documents**

1. Exercice de théorie des jeux

On considère un jeu de poker simplifié à deux joueurs (1) et (2) et deux types de cartes, les cartes gagnantes H et les cartes perdantes B. Le jeu se déroule de la façon suivante :

-les deux joueurs misent chacun 1 \$.

-le joueur 1 tire une carte,

-au vu de sa carte il peut soit « laisser » (stratégie L) soit « monter » (stratégie M) en misant de nouveau 1\$.

-si le joueur 1 laisse alors le joueur 2 ramasse la mise : les paiements sont donc (-1;1), c'est à dire : le joueur 1 a perdu le dollar misé, que le joueur 2 a empoché.

-si le joueur 1 monte, alors le joueur 2 peut soit laisser (stratégie l), soit monter (stratégie m) en misant de nouveau 1\$.

-si le joueur 2 laisse alors 1 ramasse la mise ; les paiements sont donc (1,-1).

-si le joueur 2 monte alors 1 étale son jeu : si c'est une carte H il ramasse la mise, si c'est une carte B c'est le joueur 2 qui ramasse la mise, les paiements sont donc respectivement : si H, (2,-2), si B : (-2,2).

1.1 On suppose, pour commencer car cela n'a évidemment aucun intérêt, que le jeu est en information complète, c'est à dire que 1 montre sa carte au début du jeu. Ecrire les deux arbres correspondant aux deux cas H et B.

1.2 Toujours en information complète, montrer que l'équilibre du jeu dans le cas H est (Ml), et que l'équilibre du jeu dans ce cas B est (L).

On suppose maintenant l'information incomplète : 1 cache sa carte. On suppose par ailleurs que la proportion de cartes H dans le paquet de cartes est égale à q , $0 < q < 1$, et que cette information est connue de tous.

1.3. Intuitivement, expliquer pourquoi le joueur 1 peut être tenté de monter, même avec une carte B. (pas de calcul).

1.4. On se place à l'instant du jeu où 1 a monté, c'est à 2 de jouer. Soit p la croyance du joueur 2 : la probabilité selon lui que la carte soit de type H. Montrer que si

- $p > 3/4$ alors 2 a intérêt à laisser,

- $p < 3/4$ alors 2 a intérêt à monter.

- $p = 3/4$ alors 2 peut tirer au sort entre monter et laisser.

(le joueur 2 compare les espérances de gain pour choisir sa stratégie)

1.5. p étant toujours donné, en déduire la stratégie optimale de 1 selon qu'il a une carte H ou B, dans les deux premiers cas de figure de la question 1.4.

1.6. Montrer que $p < 3/4$ ne peut pas être une croyance d'équilibre. (pour cela on montrera que cette croyance induit une probabilité de H sachant que 1 a monté égale à 1).

1.7. Montrer que $p > 3/4$, est une croyance d'équilibre à condition que $q > 3/4$.

1.8. Pourquoi l'équilibre de la question 1.7. est appelé équilibre de pooling? Commenter.

1.9. Dans le cas où $q < 3/4$, montrer que les seuls équilibres possibles sont obtenus avec une croyance $p = 3/4$, le joueur 1 possédant une carte B tirant au sort entre M et L avec probabilités $(s, 1-s)$, le joueur 2 tirant au sort avec une probabilité $(t, 1-t)$ entre m et l. Calculer s et t en fonction de q . Commenter.